

波動率指數 (Market Volatility Index , VIX)

資料來源：MBA 智庫百科

波動率指數簡介

波動性在金融衍生品的定價、交易策略以及風險控制中扮演著相當重要的角色。可以說沒有波動性就沒有金融市場，但如果市場波動過大，而且缺少風險管理工具，投資者可能會擔心風險而放棄交易，使市場失去吸引力。

1987 的全球股災後，為穩定股市與保護投資者，紐約證券交易所(NYSE)於 1990 年引進了斷路器機制(Circuit-breakers)，當股價發生異常變動時，暫時停止交易，試圖降低市場的波動性來恢復投資者的信心。但斷路器機制引進不久，對於如何衡量市場波動性市場產生了許多新的認識，漸漸產生了動態顯示市場波動性的需求。因此，在 NYSE 採用斷路器來解決市場過度波動問題不久，芝加哥期權交易所從 1993 年開始編製市場波動率指數，以衡量市場的波動率。

芝加哥期權交易所(CBOE)在 1973 年 4 月開始股票期權交易後，就一直有通過期權價格來構造波動率指數的設想，以反映市場對於的未來波動程度的預期。其間有學者陸續提出各種計算方法，Whaley(1993)提出了編製市場波動率指數作為衡量未來股票市場價格波動程度的方法。同年，CBOE 開始編製 VIX 指數，選擇 S&P100 指數期權的隱含波動率為編製基礎，同時計算買權與賣權的隱含波動率，以考慮交易者使用買權或賣權的偏好。

VIX 表達了期權投資者對未來股票市場波動性的預期，當指數越高時，顯示投資者預期未來股價指數的波動性越劇烈；當 VIX 指數越低時，代表投資者認為未來的股價波動將趨於緩和。由於該指數可反應投資者對未來股價波動的預期，並且可以觀察期權參與者的心理表現，也被稱為“投資者情緒指標”(The investor fear gauge)。經過十多年的發展和完善，VIX 指數逐漸得到市場認同，CBOE 於 2001 年推出以 NASDAQ 100 指數為標的的波動性指標 (NASDAQ Volatility Index ,VXN)；CBOE2003 年以 S&P500 指數為標的計算 VIX 指數，使指數更貼近市場實際。2004 年推出了第一個波動性期貨 (Volatility Index Futures) VIX Futures，2004 年推出第二個將波動性商品化的期貨，即方差期貨(Variance Futures)，標的為三個月期的 S&P500 指數的現實方差(Realized Variance)。2006 年，VIX 指數的期權開始在芝加哥期權交易所開始交易。

波動率的類型

1、實際波動率

實際波動率又稱作未來波動率，它是指對期權有效期內投資回報率波動程度的度量，由於投資回報率是一個隨機過程，實際波動率永遠是一個未知數。或者說，實際波動率是無法事先精確計算的，人們只能通過各種辦法得到它的估計值。

2、歷史波動率

歷史波動率是指投資回報率在過去一段時間內所表現出的波動率，它由標的資產市場價格過去一段時間的歷史數據（即 S_t 的時間序列資料）反映。這就是說，可以根據 $\{S_t\}$ 的時間序列數據，計算出相應的波動率數據，然後運用統計推斷方法估算回報率的標準差，從而得到歷史波動率的估計值。顯然，如果實際波動率是一個常數，它不隨時間的推移而變化，則歷史波動率就有可能是實際波動率的一個很好的近似。

3、預測波動率

預測波動率又稱為預期波動率，它是指運用統計推斷方法對實際波動率進行預測得到的結果，並將其用於期權定價模型，確定出期權的理論價值。因此，預測波動率是人們對期權進行理論定價時實際使用的波動率。這就是說，在討論期權定價問題時所用的波動率一般均是指預測波動率。需要說明的是，預測波動率並不等於歷史波動率，因為前者是人們對實際波動率的理解和認識，當然，歷史波動率往往是這種理論和認識的基礎。除此之外，人們對實際波動率的預測還可能來自經驗判斷等其他方面。

4、隱含波動率

隱含波動率是期權市場投資者在進行期權交易時對實際波動率的認識，而且這種認識已反映在期權的定價過程中。從理論上講，要獲得隱含波動率的大小並不困難。由於期權定價模型給出了期權價格與五個基本參數（ S_t ， X ， r ， $T-t$ 和 σ ）之間的定量關係，只要將其中前 4 個基本參數及期權的實際市場價格作為已知量代入期權定價模型，就可以從中解出惟一的未知量 σ ，其大小就是隱含波動率。因此，隱含波動率又可以理解為市場實際波動率的預期。

期權定價模型需要的是在期權有效期內標的資產價格的實際波動率。相對於當期時期而言，它是一個未知量，因此，需要用預測波動率代替之，一般可簡單地以歷史波動率估計作為預測波動率，但更好的方法是用定量分析與定性分析相結合的方法，以歷史波動率作為初始預測值，根據定量資料和新得到的實際價格資料，不斷調整修正，確定出波動率。

波動率指數的編製原理

計算波動率指數（VIX）需要的核心數據是隱含波動率，隱含波動率由期權市場上最新的交易價格算出，可以反映市場投資者對於未來行情的預期。其概念類似於債券的到期收益率(Yield To Maturity)：隨著市場價格變動，利用適當的利率將債券的本金和票息貼現，當債券現值等於市場價格時的貼現率即為債券的到期收益率，也就是債券的隱含報酬率。在計算過程中利用債券評價模型，通過使用市場價格可反推出到期收益率，這一收益率即為隱含的到期收益率。

估計隱含波動率的方法眾多，計算期權的隱含波動率時，必須先確定期權的評價模型、所需的其它參數值和當時所觀察到的期權市場價格。例如在 **Black-Scholes** 期權定價模型 (1973) 中，標的物價格、履約價格、無風險利率、到期時間和股價報酬的波動率等數據帶入公式後，可得到期權的理論價格。若標的物與期權的市場是有效率的，其價格已充分反映其真實價值，且定價模型也正確無誤，則可在市場上觀察到期權的價格，利用反函數概念，通過期權的市場價格和 **Black-Scholes** 期權模型，就可反推出隱含波動率。由於隱含波動性代表投資者對未來市場價格變化預期，所以稱為隱含波動率。

CBOE 1993 年推出最早的 **VIX** 指數(代號為 **VXO**)，其計算基礎是基於 **Black** 和 **Scholes(1973)**、**Merton(1973)** 提出的期權模型，除了波動率外，所需參數還包括當前股價水平、期權價格、履約價格、存續期、無風險利率和存續期間預期發放現金股息的時間和金額，但由於 CBOE 所推出的 **S&P 100** 期權為美式期權，並且已經考慮標的成分股發放現金股息的情況，因此 CBOE 在計算 **VIX** 指數時，使用 **Cox**，**Ross** 和 **Rubinstein(1979)** 提出的二項式模型計算期權的隱含波動率。

在期權定價模型中，以 **S&P100** 指數水平為現貨價格，無風險利率採用債券市場上存續期最接近期權到期日且存續期在 30 日以上的國庫券利率，並取買/賣報價的平均值做為有效利率，若期權的存續期小於三十日，則以存續期間為三十日的國庫券為替代；現金股息則以連續發放的形式來估計 **S&P100** 指數的預期現金股息率，由於 **VIX** 指數是以存續期為三十個日曆日為基礎，並且假設標的股票現金股利均已事先得知，這些參數的估計值通常誤差不大。

在計算隱含波動率時需要用到當時市場上的期權報價，但由於使用實際的交易價格時，期權的價格會在買價與賣價之間跳動，將引起隱含波動率的變動產生負的一階自相關，因此選取買賣報價的中間值作為期權的市價，此外，採用實時的期權買賣報價相對於使用上一筆成交價更能真實迅速地反映市場信息的瞬息變化。

VIX 的隱含波動率在計算上還有另一個獨特之處，即期權存續期是以‘調整後的交易日’為計算基礎，而非以日曆日來衡量。因為 **VIX** 應該以交易日為基準，但我們一般反推出的隱含波動率是以日曆天數為基準，也就是說，當反推星期一的隱含波動率，實際上與前一交易日只相差一天，但由於以日曆天數為基準，所以形成與前一交易日相差三天，這種情況可能導致 **VIX** 偏低，所以隱含波動率應進行調整，基於此，以日曆日為基礎計算的隱含波動率應調整為以交易日為計算基礎，以正確表達每日的波動程度：

$$N_t = N_c - 2 \times \int (N_c \setminus 7)$$

其中 N_c 為存續期的日曆日天數， N_t 則為修正後的交易日數，使用修正後的交易日來計算隱含波動率有別於使用交易日來評價期權，因期權的存續期不但會通過隱含波動率，也會通過標的指數的預期上漲幅度和期權報酬的貼現期長度的計算來影響期權的評價，因此考慮以修正後的交易日為存續期的估計更為準確。

顯然，以修正後交易日為計算基礎的隱含波動率應該是以日曆日為計算基礎的隱含波動率乘上兩者天數平方根的比值，即：

$$\delta_t = \delta_c \frac{\sqrt{N_c}}{\sqrt{N_t}}$$

其中， δ_t 為修正交易日後計算的隱含波動率， δ_c 為以日曆日為基礎的計算隱含波動率。

在獲得上述所需的參數值資料後，通過 Black-Scholes 期權定價模型，就可以反推出期權的隱含波動率。

波動率指數的編製方法

CBOE 於 1993 年推出第一個 VIX 波動率指數，在 2003 年推出新的 VIX 指數後，舊指數仍然持續公佈，為區分新、舊 VIX 指數，將舊 VIX 指數更名為 VXO 指數。

VXO 基於 S&P100 期權，由八個近月(Nearby)與次近月(Second-nearby)且最接近平價的期權序列的隱含波動率構成，在八個期權序列中，分別有四個買權與四個賣權，按照到期月份分為近月序列與次近月序列，履約價格則選取最接近平價(Near- the-money)的兩個序列，分別為低於現貨指數(S)的履約價格 X_l ，高於現貨的履約價格 X_u ，如當時標的現貨的價格恰巧等於某平價序列的履約價格時，則選取平價和略低於現貨的履約價格兩個序列(見表 1)。

履約價格	近月合約		次近月合約	
	Call	Put	Call	Put
$X_l (< S)$	$\delta_{c,t1}^{X_l}$	$\delta_{p,t1}^{X_l}$	$\delta_{c,t2}^{X_l}$	$\delta_{p,t2}^{X_l}$
$X_u (\geq S)$	$\delta_{c,t1}^{X_u}$	$\delta_{p,t1}^{X_u}$	$\delta_{c,t2}^{X_u}$	$\delta_{p,t2}^{X_u}$
註： X_l 為低於現貨價格的履約價， X_u 為高於現貨價格的履約價 t_1 、 t_2 分別代表近月及次近月，其中 $t_1 < 30 < t_2$ ， t_1 須大於 8 日				

c、p 分別代表買權及賣權

VIX 的隱含波動率加權平均主要由三個步驟組成。首先將相同履約價格與到期月份的買權與賣權的隱含波動率經過加權平均，可得到四個波動率：

$$\delta_{t1}^{X_l} = (\delta_{c,t1}^{X_l} + \delta_{p,t1}^{X_l})_{(2)}$$

$$\delta_{t1}^{X_u} = (\delta_{c,t1}^{X_u} + \delta_{p,t1}^{X_u})_{(3)}$$

$$\delta_{t2}^{X_l} = (\delta_{c,t2}^{X_l} + \delta_{p,t2}^{X_l})_{(4)}$$

$$\delta_{t2}^{X_u} = (\delta_{c,t2}^{X_u} + \delta_{p,t2}^{X_u})_{(1) (5)}$$

其次，分別將同一月份不同履約價的期權波動率加權平均，權數為履約價與現貨價格的差距，計算後可得到兩個不同月份的期權波動率。

$$\delta_{t1} = \delta_{t1}^{X_l} \frac{X_u - S}{X_u - X_l} + \delta_{t1}^{X_u} \frac{S - X_l}{X_u - X_l} (6)$$

$$\delta_{t2} = \delta_{t2}^{X_l} \frac{X_u - S}{X_u - X_l} + \delta_{t2}^{X_u} \frac{S - X_l}{X_u - X_l} (7)$$

最後再以期權距到期期間為權數，加權平均期權近月與次近月合約的隱含波動度，即計算出一個平價且距到期時間尚有 22 個交易日(或 30 個日曆日)的隱含波動度，即為 VXO 波動率指數。 N_{t1} 為近月合約距到期日的交易天數， N_{t2} 為次近月合約距到期的交易天數。

$$VXO = \delta_{t1} \frac{N_{t1} - 22}{N_{t2} - N_{t1}} + \delta_{t2} \frac{22 - N_{t1}}{N_{t2} - N_{t1}} (8)$$

由於有接近一萬億美元的資產與 S&P500 指數連動，並且 S&P500 期權的交易規模也大於 S&P100 期權，因此 CBOE 在 2003 年 9 月 22 日推出新編的 VIX 波動率指數，計算基準改為 S&P500 期權，同時在演算法上也有改進，指數更接近市場實際情況。

CBOE 以方差和波動率掉期 (variance & volatility swaps) 的方法更新計算公式，同時，舊指數 VIX 只包含平價附近的期權合約，新指數 VIX 則加權平均計算所有價外的買權和賣權，比舊指數更能體現整體市場動態，其公式如下：

$$VIX = \alpha \times 100 \quad (9)$$

$$\delta^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left(\frac{F}{K_0} - 1 \right)^2 \quad (10)$$

其中 T 為距到期時間(分)；F 為遠期指數水平； K_i 是第 i 個價外期權的履約價；

$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$ ； K_0 為低於遠期指數水平的第一個履約價；R 表示無風險利率； $Q(K_i)$ 表示履約價 K_i 契約的買賣價中間值；要計算 F 需要先計算出同履約價的買權價格和賣權價格，再帶入下式：

$$F = StrikePrice + e^{RT} \times (CallPrice - PutPrice)$$

CBOE 先後使用上述兩者方法來計算交易日內每分鐘的 VIX 指數，每 60 秒更新一次，給投資者提供最新的預期未來市場波動率信息。由於 S&P 100/500 股票市場是早上 8：30 到下午 3:00 之間交易，為避免現貨指數與期權的報價時間不一致的問題，VIX 通常在 9：00 後開始計算，直到下午 3:00 為止。

通過對 1993 年 2003 年指數計算方法的比較，可以發現 CBOE 的新舊波動率指數主要有幾個方面存在不同：一是指數標的不同。舊指數採用 S&P100，新指數則採用 S&P500；二是計算的期權合約不同。舊指數採用近月與次近月且最接近平價的期權來計算，而新方法加權平均計算所有價外的買權和賣權；三是計算的方法不同。舊指數採用二項式模型計算期權的隱含波動率，新指數則採用方差和波動率掉期方法計算。

波動率指數的表現和有效性

VIX 推出後，成為全球投資者評估美國股票市場風險的主要依據之一，2004 年 CBOE 推出全球第一個波動性期貨 VIX Futures 後，受到全球投資者的追捧，特別是 2005 年以來，全球金融資產波動性急劇增加以後，VIX 的交易量更是屢創新高。

波動率指數受到投資者青睞的主要原因和其近年來美國股市的波動有關。2001 年美國發生 911 恐怖事件後，股市在 9 月 17 日重新開盤時一路下跌，到 9 月 21 日道瓊工業指數跌至 8235.8 點，S&P100 指數也跌至 491.7 點，VIX 則升到 48.27 的高點，隔天(9 月 24 日)，股市即出現 368 點的大幅反彈，反彈幅度約 4%，之後美股多頭走勢一直持續到 2002 年第一季度。2002 年

3月19日,美股上漲至10635.3高點, S&P100指數也達592.09點,此時VIX處於20.73的低點;2002年7月,美股在一連串會計報表醜聞影響下,下跌至五年來低點7702, S&P100跌至396.75, VIX高達50.48, 隔天(7月24日), 股市同樣出現489點的大反彈。由此可見, 作為預測美股趨勢的指標, VIX很有參考價值。即可以從VIX指數看出S&P指數變盤徵兆, VIX到達相對高點時, 表示投資者對短期未來充滿恐懼, 市場通常接近或已在底部; 反之, 則代表投資者對市場現狀失去戒心, 此時應註意市場隨時有變盤的可能。

大量研究以波動率指數為對象進行了實證檢驗。Whaley(1993)最早開始對波動性指標進行研究, 他提出以S&P100指數期權為基礎建立波動性指標, 並探討其在避險方面的應用, 其研究結果指出VIX指數和S&P100指數呈負相關關係; 通過模擬波動性指標的衍生品的避險效果, 說明波動性指標可以在不影響其它風險參數的情況下, 有效規避投資組合的Vega風險。

Fleming、Ostdiek和Whaley(1995, 1996)以日數據和周數據為基礎, 研究認為VIX指數有一定程度的一階自相關現象, 同時發現VIX指數並不存在明顯周內效應。而VIX指數和S&P100指數報酬呈現高度負相關且存在不對稱的關係, 即VIX指數在S&P100指數下跌時的變化量大於S&P100指數上漲時的變化量。並且VIX指數是S&P100指數未來實際波動性的良好預期值。Maggie和Thomas(1999)分析了VIX指數和股市收益間的關係, 發現VIX指數可作為股市收益的領先指標, 當VIX指數顯著上升後, 則未來股市中大盤股投資組合的收益表現優於小盤股投資組合的收益、價值股投資組合的收益優於成長股投資組合的收益, 而當VIX指數下降時, 則有相反的結果。

Traub、Ferreira、McArdle和Antognelli(2000)從VIX指數的相對高低點角度研究了股市和債市間的關係, 認為如果VIX指數處於相對高點, 則未來一至六個月內, 股市表現將優於債市; 如VIX指數處於相對低點, 則一至六個月內, 債市表現將優於股市; 除美國市場外, 該結果在其它國家也有效, 當VIX指數處於相對高點時, 全球股市表現優於債市。Whaley(2000)以1995年1月至1999年12月間的周數據, 分析了S&P100指數和VIX指數之間的關係, 他認為市場對VIX指數上升所產生的反應比對VIX指數下降的反應要大, 認為股票市場收益率和VIX指數變化量的關係不對稱, 這和Fleming、Ostdiek和Whaley(1995)研究結果類似。Giot(2002)以VIX指數和那斯達克100指數平價期權的波動率指數作實證研究, 發現VIX指數和VIXN指數與同期標的指數收益率呈高度的負相關; 當VIX指數和VIXN指數處於相對高位, 即波動性越高時, 買入指數所產生的收益越高。他認為按照隱含波動性計算的波動性指標, 相對於其它估計方法, 所包含的信息最多, 且對未來實際波動性的預測能力會隨時間增加而提高。